

8. Modelación matemática y aplicaciones. Matemáticas en contexto

LAS COMPETENCIAS DE MODELACIÓN MATEMÁTICA CON APOYO EN WEBQUEST

Samantha Analuz Quiroz Rivera, María Dhelma Rendón,
Ruth Rodríguez Gallegos
samanthaq_rivera@hotmail.com, maria.dhelma.rendon@itesm.mx,
ruthrdz@itesm.mx
Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Monterrey
Reporte de investigación
Básico (Primaria)

Resumen

El presente artículo versa sobre el desarrollo de competencias de modelación matemática en el cálculo de volumen en un grupo de sexto grado de educación primaria. La estrategia de modelación matemática ha traído consigo múltiples ventajas en el trabajo presentado por otras investigaciones, por lo que mediante un enfoque cualitativo, la presente investigación identificó cuáles competencias de modelación matemática fueron desarrolladas por los alumnos desde este nivel educativo. Se incluyeron los resultados del trabajo con el recurso educativo webquest, una tecnología de la información que ayudó a promover un trabajo autónomo para la búsqueda y selección de información. Se eligió el cálculo de volumen de diversos prismas, registrándose el proceso de aprendizaje que siguieron los alumnos, para luego hacer algunas anotaciones sobre otros contenidos curriculares tratados bajo la misma metodología.

Palabras clave: *Modelación, competencias, webquest, cálculo, volumen*

1. Introducción

En México la educación básica que comprende el nivel de preescolar, primaria y secundaria tiene el carácter de obligatoriedad, de acuerdo al artículo tercero constitucional. Recientemente la Secretaría de Educación Pública ha prescrito la Reforma curricular que en educación primaria se empezó a establecer en el ciclo escolar 2009-2010 (SEP, 2009). Dentro de los cambios realizados en el enfoque de las Matemáticas, destaca el cambio de una metodología basada en la resolución de problemas a una basada en competencias. Sin embargo estas dos prácticas no están muy desvinculadas una de la otra ni resultan dicotómicas.

La presente investigación, basada en la tesis de Quiroz, Rodríguez y Rendón (2011), pretende estudiar la modelación matemática en un grupo de sexto grado de educación primaria con el trabajo del cálculo de volumen de diversos prismas, con el propósito de conocer las competencias de modelación que se lograron desarrollar. Dada los múltiples beneficios que la tecnología ha mostrado brindar en el aprendizaje en investigaciones recientes, se hace uso del recurso educativo *webquest*.

Se considera de suma importancia el reconocimiento de las competencias de modelación matemática que puedan desarrollarse en los alumnos de la educación primaria y que ayuden al aprendizaje de un contenido como el cálculo de volumen. El trabajo con una tecnología de apoyo brinda también elementos para reconocer la influencia de las TIC en la educación actual y sobre todo en el aprendizaje de las matemáticas.

2. Marco conceptual

Actualmente existen diversos estudios e innovaciones en el campo de las estrategias didácticas de las matemáticas, uno de ellos, que ha acarreado numerosas investigaciones puesto que tiene su génesis en la relación entre los problemas que se enseñan en la escuela y el mundo real, es la modelación. En palabras de Trigueros (2006) hablar de modelación en la enseñanza es referirse a proporcionar problemas que sean suficientemente abiertos y complejos en los que se puedan poner en juego sus conocimientos previos y sus habilidades creativas, todo ello para sugerir hipótesis y plantear modelos que expliquen el comportamiento del fenómeno en cuestión en términos matemáticos y mediante la revisión, reflexión y aplicación de sus conocimientos y la comunicación de resultados.

Blomhoj (2004) define un modelo matemático como una relación entre ciertos objetos matemáticos y sus conexiones por un lado y, por el otro, una situación de naturaleza no matemática, que se obtiene de la situación problemática basada en contextos reales. Para fines del presente trabajo, se define una competencia matemática como la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información como para ampliar el conocimiento y resolver problemas relacionados con la vida cotidiana (Universidad del Gobierno Vasco, 2008). La definición de competencia de modelación matemática se refiere a la habilidad de identificar preguntas relevantes, variables, relaciones o suposiciones en una situación del mundo real dada, trasladar éstas a las matemáticas e interpretar y validar la solución del problema matemático en relación con una situación dada, así como la habilidad de analizar o comparar modelos dados mediante la investigación de las suposiciones hechas, revisando propiedades y ámbitos del modelo proporcionado (Niss & Blum, 2007).

Las competencias de modelación matemática que establece el Informe del Programme for International Student Assessment (INESCE, 2005) son: estructurar el campo o situación que va a modelarse; traducir la realidad a una estructura matemática; interpretar los modelos matemáticos en términos reales; trabajar con un modelo matemático; reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados; y comunicar acerca de un modelo y de sus resultados.

Por último, una *webquest* es definida por Cabero (2007) como un tipo de unidad didáctica que plantea a los alumnos una tarea o resolución de un problema y un proceso colaborativo, basado principalmente en recursos existentes en Internet.

3. Método

El método de investigación que se sigue en el presente trabajo es cualitativo. La investigación se dirigió a alumnos de sexto grado de educación primaria pública. La muestra, no probabilística de tipo homogéneo, consistió en cuatro equipos de tres integrantes cada uno. Para realizar el análisis de los resultados, se partió de la pregunta y objetivos de investigación, y se elaboraron dos grandes categorías, que se desglosan en indicadores específicos: competencias de modelación que desarrollan los alumnos de sexto grado en el cálculo de volumen y proceso de aprendizaje del cálculo de volumen.

La recolección de datos se llevó a cabo en el aula de clases de los estudiantes, un ambiente natural y cotidiano. El rol del investigador fue de observador participante, es decir, desempeñó la función de docente guía en el desarrollo de las cinco sesiones de 45 minutos de la investigación.

Se utilizaron cuatro instrumentos, que permitieron recolectar información de las dos categorías establecidas (véase la tabla 1). Los instrumentos fueron llenados por el investigador durante el desarrollo de las sesiones y posterior a ellas con ayuda de registros en audio y video. Se utilizó la triangulación metodológica, que recolecta información de diferentes formas por medio de diversos instrumentos para minimizar los sesgos inherentes a los instrumentos y, apoyada con el marco teórico permite a validar los resultados

Tabla 1. Objetivos específicos e instrumentos elegidos

Objetivo específico que pretende responder	Categoría	Instrumentos elegidos
1.- Identificar las competencias de modelación que se lograron desarrollar en el trabajo con los alumnos con el cálculo de volumen utilizando las <i>webquest</i> como tecnología de apoyo.	1.- Competencias de modelación que desarrollan los alumnos de sexto grado con el cálculo de volumen.	Tabla de rúbrica Diario de campo
2.- Describir qué procesos siguen los alumnos para resolver el problema de cálculo de volumen	2.-Proceso de aprendizaje del cálculo de volumen.	Entrevista y guía de observación.
3.- Aportar elementos de diseño para una <i>webquest</i> que pueda ser adoptada por otros profesores.	3.- Capacidades que se desarrollan en el trabajo con una <i>webquest</i>	Formato de coevaluación y tabla de rúbrica

4. Resultados

La investigación se inició con el análisis de datos que se recababan en el aula de clases. Los resultados encontrados fueron los siguientes:

a) Categoría 1

Se observó el trabajo de los alumnos centrando la atención en las seis competencias de modelación matemática. Se pretendía que los alumnos desarrollaran las competencias de modelación matemática a medida que realizaban las actividades de la *webquest*. A continuación se presentan incluidas en el diagrama de modelación de Rodríguez (2010) las partes de la *webquest* que se diseñaron (véase la figura 1).

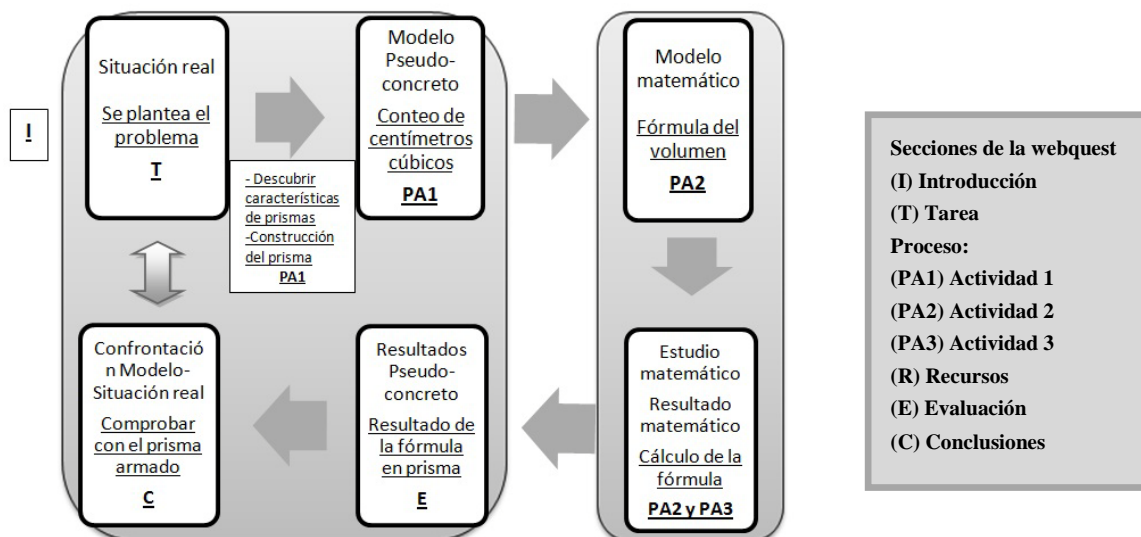


Figura 1. Descripción de las partes de la Webquest en el proceso de modelación

En la sesión uno, primeramente en la parte de “Introducción” de la *webquest*, se presentó al estudiante el tema a tratar. Posteriormente, en la sección “Tarea” se les propuso el problema: ¿Qué cantidad de agua cabe en un prisma rectangular? Luego se les planteó la primera actividad consistente en identificar características de los cuerpos geométricos y elaborar el prisma indicado llenando una tabla con esta información, que la obtendrían de la sección “Recursos”, que consistía en ligas a páginas de internet con información que el docente había preseleccionado anteriormente.

Durante estas acciones se examinó el grado en que los alumnos comprendían el problema y reconocían los datos indispensables para la solución de su incógnita. Los alumnos de los equipos 1 y 2 tuvieron mayor diálogo explicando qué iban a hacer, y pudieron distinguir la incógnita a la que debían dar respuesta. En la actividad del llenado de la tabla, los cuatro equipos tuvieron diversas discusiones acerca de las respuestas con base en sus conocimientos previos. Sin embargo, con la búsqueda de información en las ligas de internet pudieron determinar las características de los prismas.

Al ser los alumnos enfrentados a una situación problema, que de acuerdo a Trigueros (2006), constituye un elemento central para que la modelación tenga éxito, puesto que favorece el compromiso en su solución. El trabajo del docente fue orientar sus discusiones, realizando preguntas que le permitieran saber si los alumnos habían comprendido el problema, cumpliendo la función de docente que Trigueros (2006) establece. Con los resultados presentados, se puede afirmar de acuerdo a Bosch (2006) que los alumnos entendieron la situación real e iniciaron la construcción de hipótesis para la construcción del modelo de resolución adecuado, desarrollando la competencia de estructurar el campo o situación a modelarse.

En la actividad dos, se pidió la construcción de un prisma mediante el dibujo de su desarrollo plano de éste. Los alumnos tuvieron una dificultad debido al mal uso de instrumentos de medición, se observó que los equipos 1, 3 y 4 realizaban mediciones constantemente para obtener las medidas exactas, mientras que el equipo 2 operó con precisión la medición para el trazo del prisma. Al final los cuatro equipos trazaron correctamente sus desarrollos planos, pudieron reconocer y comprender el problema, identificando los datos que les servirían.

En el desarrollo de esta actividad se reflejó la creatividad e interés por el descubrimiento, al concentrarse en su trabajo y buscar diversas maneras de armar dicho prisma, beneficio que, según Aravena (2007), tienen las actividades basadas en la modelación de situaciones reales. Las dificultades se vieron superadas después de múltiples discusiones, los alumnos revisaron sus errores y los corrigieron, haciendo del proceso de modelación un ciclo, en el que el alumno puede retroceder las veces necesarias si detecta algún error (Hodgson, 1995). Por ello, se afirma que los alumnos desarrollaron la competencia de modelación matemática de traducir la realidad presentada en el problema a una estructura matemática.

La siguiente competencia sobre la interpretación de los modelos matemáticos en términos reales se observó cuando los alumnos argumentaban el proceso de resolución que seguían. Algunas de las respuestas fueron: “Porque haremos el envase para saber cuánto jugo le cabe”, “Para contar lo que cabe”, “Para ver el jugo hecho y así vaciarle agua y contarla”, “Porque la pregunta del principio hay que responderla”.

Como tercera actividad los alumnos debían encontrar la manera de calcular el volumen del prisma que habían hecho. El diario de campo reveló que los alumnos interactuaron con la fórmula del volumen, bajo la guía del docente con preguntas clave. El equipo 2 llegó al modelo matemático “volumen = largo por ancho por altura” (véase la figura 2). Para el equipo 4 su modelo fue “volumen = área de la cara por la altura”. Cada equipo trabajó con su modelo matemático reformulándolo constantemente para obtener el resultado apropiado, siendo ésta la cuarta competencia de modelación.

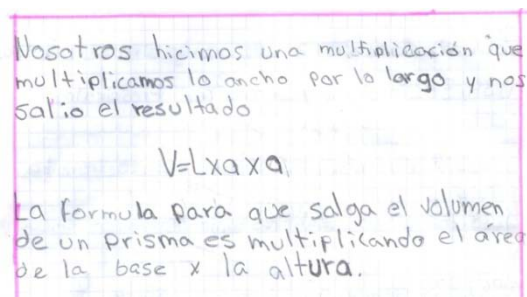


Figura 2. Modelo matemático del equipo 2

De esta manera, los alumnos estaban empezando a matematizar el problema, elaborando el modelo matemático a partir de los datos con que contaban (Aravena y Caamaño, 2007). De acuerdo con las respuestas más recurrentes, se analiza eran capaces de argumentar sus procedimientos que, de acuerdo a Trigueros (2006), es una consecuencia importante de la modelación matemática. Con los resultados de ambos instrumentos, se afirma que los alumnos desarrollaron la competencia de modelación de interpretar los modelos matemáticos en términos reales.

En la sección de “Evaluación” de la *webquest*, se les pidió a los niños reflexionar sobre el cálculo del volumen de un prisma triangular, y si el modelo que construyeron serviría o no para este propósito, analizándolo para encontrar las inconsistencias y, en todo caso, corregirlas. El equipo 1 llegó a una respuesta correcta modificando su modelo. El equipo 2 rápidamente contestó que utilizarían el mismo modelo “ $V = Ab + h$ ”, pero cambiándole la base para obtener el área del triángulo y luego multiplicándolo por la altura. El equipo 3 llegó a la fórmula de obtener el área de la base de los prismas y luego multiplicándola por la altura. En el equipo 4 decidieron investigar cómo contar estas unidades en un triángulo y llegaron a la fórmula del área del triángulo multiplicándola luego por la altura.

Las discusiones de los equipos permitieron que llegaran a encontrar la respuesta correcta, aunque con procesos de resolución diferentes. Después de analizar el proceso que siguieron los alumnos para la creación de un modelo matemático y sus conversaciones, los cálculos que hacían y las correcciones a sus modelos, es posible afirmar que los alumnos produjeron y armaron un modelo matemático.

La propuesta de acomodar su modelo para que fuera factible de utilizarlo para cualquier prisma, permitió la revisión y justificación de sus puntos de vista, confrontando, reconsiderando y modificando sus ideas (Trigueros, 2006). Se pudo observar claramente que los alumnos reflexionaron, analizaron y dieron una crítica al modelo y sus resultados.

Por último, en la sección de “Conclusiones” de la *webquest*, se les pidió que hicieran una presentación de PowerPoint explicando su procedimiento y mostrando su modelo matemático al

grupo. El diario de campo muestra que el equipo 1 presentó en las diapositivas correctamente el proceso y el trabajo que hicieron. El equipo 2 explicó, de manera pausada, incluso los errores sus integrantes habían cometido cuando ellos resolvían su problema. Los equipos 3 y 4 tuvieron algunas correcciones por parte de sus compañeros.

Los alumnos lograron desarrollar, gracias a las actividades basadas en la modelación, habilidades comunicativas como la explicitación de ideas, la comunicación de métodos y la justificación de procesos (Aravena, 2007). Con base en las presentaciones realizadas, y en los instrumentos, se afirma que los alumnos pudieron desarrollar una competencia de modelación matemática de comunicar a los demás sobre el método y sus resultados.

b) Categoría 2

La guía de observación comprueba que los alumnos llenaron correctamente la tabla que se les proponía completar con el nombre, dibujo, y las características de diversos prismas, como el número de vértices, el de aristas, el de caras y la forma de éstas. En la entrevista también los alumnos mostraron una comprensión de lo que cada término significa, por tanto, se afirma que los alumnos pudieron conocer las propiedades básicas de los prismas.

Se registró también que los equipos no tuvieron problema con el dibujo y armado del desarrollo plano del prisma, siéndoles de gran utilidad la búsqueda de información en internet que les permitió guiar su construcción. Las discusiones ocurrieron durante todo este proceso, validando lo que Vara (2004) en su investigación reconoce, que en el estudio de la geometría el tratamiento de problemas debe desarrollar la capacidad para producir conjeturas, comunicarlas y validarlas. En la entrevista, los alumnos describieron el proceso que siguieron de manera muy clara y precisa. Por tanto se afirma que se pudo cumplir con el propósito de construir y armar desarrollos planos de prismas con efectividad.

Con las observaciones realizadas se muestra que los cuatro equipos pudieron construir una fórmula para calcular el volumen del prisma y contestaron el problema correctamente, aunque utilizando diversos métodos de resolución. Así, la actividad permitió que los alumnos resolvieran problemas sobre volumen, y no sólo reducirlo a la aplicación de una fórmula, probando las matemáticas como un desafío que los llevó por múltiples caminos para encontrar una solución al problema planteado (Arteaga, 2005). Los instrumentos analizados validan que el propósito de calcular el volumen de diversos prismas fue cumplido satisfactoriamente.

c) Categoría 3

La tecnología empleada en el desarrollo de la presente investigación, actuó como un catalizador que apoyó el proceso de aprendizaje del cálculo de volumen de prismas mediante la estrategia de la modelación, a la que le brindó un soporte en la continuidad y presentación de las actividades adecuadas.

Las autoevaluaciones utilizadas, en las que se otorgan calificaciones entre 1 y 2 a los aspectos que se evaluaban, permitieron reconocer que los alumnos reflexionaron sobre el trabajo realizado, hicieron ver que dentro de los equipos se analizaron los problemas compartiendo sus ideas, apoyándose en las dudas que tenían en un trabajo cooperativo, en la que la mayoría de las veces se respetaba el turno de palabra.

La *webquest* a su vez permitió mediante las actividades diseñadas que hubiera un clima de trabajo productivo y autónomo, que produjera resultados exitosos. Estos hechos concuerdan con lo que Barba (2002) en su investigación describe como capacidades que desarrollan las *webquest*: Analizar perspectivas personales y otros puntos de vista; analizar errores, identificarlos, sobre su propio pensamiento o de otro; y Construir un sistema de ayuda entre los miembros del equipo.

Por otro lado, las entrevistas comprueban que la *webquest* fue de gran utilidad a los alumnos al ser ellos lo que expresaron sus aprendizajes en el área matemática y su gusto por la investigación en las diversas páginas web que se les pusieron a su alcance. Coinciden los resultados con lo que Barba (2002) establece en su investigación sobre el ambiente atractivo, interactivo y muy rico que los alumnos encuentran en el internet al trabajar en una *webquest*, en un proceso de búsqueda de información valiosa y significativa para la construcción del pensamiento. Se añade, para finalizar, en la tabla 2, una opción de unir las partes de una *webquest* con las distintas competencias de modelación, que fueron útiles en la presente investigación:

Tabla 2. *Relación entre la webquest y las competencias de modelación*

Partes de la <i>webquest</i>	Competencia de modelación que se desarrolló
Introducción	
Tarea	Estructurar el campo o situación que va a modelarse.
Proceso: Actividad 1	Traducir la realidad a una estructura matemática.
Recursos	Interpretar los modelos matemáticos en términos reales.
Proceso: Actividad 2	Trabajar con un modelo matemático.
Recursos	
Proceso: Actividad 3	Reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados.
Recursos	
Evaluación	Comunicar acerca de un modelo y de sus resultados
Conclusiones	

5. Conclusiones

El trabajo con la modelación matemática con los alumnos de sexto grado de nivel primario permite evidenciar algunas ventajas para el aprendizaje del cálculo de volumen. Las diversas actividades que los alumnos resolvieron en sus equipos, llevaron al desarrollo de las seis competencias de modelación matemática establecidas en el informe INECSE (2005). El desarrollo de dichas competencias permitió a los alumnos experimentar el proceso cíclico de la modelación matemática, en el que pasaron de una situación no matemática a un modelo matemático, que construyeron, trabajaron con él y además pudieron analizarlo y corregirlo; para después llevar la respuesta a la realidad y dar respuesta al problema planteado.

En el proceso de aprendizaje del cálculo de volumen de prismas, se reconocen como ventajas el planteamiento de un reto o situación problema relevante para los alumnos, lo que sirvió de motivación inicial. Además, el trabajo en equipos promovió la confrontación de resultados con los que se enriquecían y mejoraban los procedimientos de solución. Así mismo, se reconocen también las bondades del trabajo con las *webquest* en el aula. La *webquest* permitió a los alumnos buscar información necesaria para resolver las tareas que se les pedían, además de brindar una motivación enorme a los alumnos de trabajar con un programa que les permitiera ser ellos los que guiaran su proceso de aprendizaje.

Por último, se desea establecer que se han trabajado posteriormente a la investigación presentada otros contenidos curriculares basados en la modelación matemática con apoyo en las *webquest*

que han tenido resultados favorables. Entre ellos se encuentran el área total de prismas y pirámides, así como el volumen de pirámides. Por tanto, se recomienda ampliamente el trabajo con la modelación matemática para alumnos de educación primaria.

6. Referencias

- Aravena, M. y Caamaño, C. (2007). Modelación matemática con estudiantes de secundaria de la comuna de Talca, Chile. *Estudios pedagógicos*, 23, (2), pp. 7-25, Recuperado Febrero, 2, 2010 de <http://www.scielo.cl/pdf/estped/v33n2/art01.pdf>
- Arteaga, J. (2005). Estrategias utilizadas por alumnos de quinto grado para resolver problemas verbales de matemáticas. *Revista Educación Matemática*, 17 (001), Recuperado Febrero, 2, 2010 de redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40517102.pdf
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling - A theory for practice. En B, Clarke; D, Clarke; G, Emanuelsson; B, Johnansson; D, Lambdin; F, Lester; A, Walby & K, Walby (Eds.) *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics en National Center for Mathematics Education*. Suecia, Recuperado Febrero, 3, 2010 de <http://www.famaf.unc.edu.ar/~revm/Volumen23/digital23-2/Modelizacion1.pdf>
- Cabero, J. (2007). *Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación*, Madrid, España: Mc. Graw Hill.
- Cegarra, J. (2008). Webquest: Estrategias constructivistas de aprendizaje basada en Internet. *Investigación y postgrado*, 23 (001) Recuperado Febrero, 3, 2010 de <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=65823104>
- Hernández S., Fernández C. y Baptista L. (2010). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill
- Hodgson, T. (1995). Secondary Mathematics Modeling: Issues and Challenges. *School Science and Mathematics*, 97, (5), pp. 351-358, Recuperado Marzo, 18, 2010 de http://findarticles.com/p/articles/mi_qa3667/is_199511/ai_n8717546/
- INECSE (2005). *PISA 2003, Pruebas de matemáticas y solución de problemas*. Madrid, España: Ministerio de Educación y Ciencia
- Niss M. & Blum M. (2007). Introducción. *Modelling and Applications in Mathematics Education*. Boston, EUA: Springer.
- Quiroz, S, Rodríguez, R, y Rendón, M. (2011). *El desarrollo de competencias de modelación matemática en el trabajo con el cálculo de volumen en un grupo de sexto grado utilizando las Webquest como tecnología de apoyo*. Tesis de Maestría no publicada, Universidad Virtual Escuela de Graduados en Educación, Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey. Monterrey, México.
- Rodríguez, R. (2010). Aprendizaje y Enseñanza de la Modelación: el caso de las Ecuaciones Diferenciales. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*. México.
- Secretaría de Educación (2009). *Programa de Estudio 2009, Sexto grado Educación Básica Primaria*, México: Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos.
- Trigueros, M. (2006). Ideas acerca del movimiento del péndulo. Un estudio desde una perspectiva de modelación. *RMIE*, 11, (31), Recuperado Enero, 30, 2010 de <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/140/14003106.pdf>
- Universidad del Gobierno Vasco (2008). *Competencia matemática*, Educación secundaria Obligatoria, Departamento de Educación.
- Vara, M. (1999). El Geoespacio: un recurso para la enseñanza de la Geometría, *Antología sobre le geoplano y geoespacio*, México: SEP.